التمرين الأول (كيمياء)

الجزء الأول: تفاعل الأمونياك مع الماء ثم مع حمض

1- دراسة محلول مائي للأمونياك

1.1.1- المعادلة الكيميائية لتفاعل الأمونياك مع الماء

$$NH_{3(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows NH_{4(aq)}^{+} + HO_{(aq)}^{-}$$

1.1.2 – نسبة التقدم النهائي للتفاعل

- الجدول الوصفي لتقدم التفاعل:

$NH_{3(aq)}$	$+ H_2O_{(l)}$	$\rightleftarrows NH_{4(aq)}^{+}$	$+ HO_{(aq)}^{-}$		معادلة التفاعل
كميات المادة (mol)				التقدم $x\,(mol)$	حالة المجموعة
$c_1 \cdot V$	وافر	0	0	0	الحالة البدئية
$c_1 \cdot V - x$	وافر	x	x	x	خلال التحول
$c_1 \cdot V - x_{éq}$	وافر	$x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$	الحالة النهائية (حالة التوازن الكيميائي)

V حجم المحلول

- تحديد $x_{éq}$: حسب الجدول $x_{éq} = n_{éq}(HO^-)$ ← $x_{éq} = [HO^-] \cdot V$ ← $x_{éq} = \dfrac{K_e}{[H_3O^+]} \cdot V$

← $x_{éq} = K_e \cdot 10^{pH_1} \cdot V$

- تحديد $x_{\max}$: الماء نوع وافر، إذن الأمونياك هو المتفاعل المحد ← $c_1 \cdot V - x_{\max} = 0$ ← $x_{\max} = c_1 \cdot V$

- نسبة التقدم النهائي: تعريفا $\tau_1 = \dfrac{x_{éq}}{x_{\max}}$ ← $\tau_1 = \dfrac{K_e \cdot 10^{pH_1} \cdot V}{c_1 \cdot V}$ ← $\boxed{\tau_1 = \dfrac{K_e \cdot 10^{pH_1}}{c_1}}$

ت.ع. $\tau_1 = \dfrac{10^{-14} \times 10^{10,6}}{1.10^{-2}} = 10^{-1,4} = 0,04$ ← $\underline{\tau_1 = 4\%}$

1.1.3 – ثابتة التوازن

$$K=\frac{[NH_4^+]\cdot[HO^-]}{[NH_3]}$$ (مع اعتبار التراكيز عند **حالة التوازن**)

حسب جدول التقدم، عند حالة التوازن الكيميائي:

$$[NH_4^+]=[HO^-]=\frac{x_{éq}}{V} \quad \text{و} \quad [NH_3]=\frac{c_1\cdot V-x_{éq}}{V}=c_1-\frac{x_{éq}}{V}$$

و باعتبار $x_{éq}=\tau_1\cdot x_{\max}=\tau_1\cdot c_1\cdot V$ ، يستنتج:

$$[NH_4^+]=[HO^-]=\tau_1\cdot c_1 \quad \text{و} \quad [NH_3]=(1-\tau_1)\cdot c_1$$

و بالتالي: $K=\frac{(\tau_1\cdot c_1)^2}{(1-\tau_1)\cdot c_1}$ $\leftarrow$ $\boxed{K=\frac{\tau_1^2}{1-\tau_1}\cdot c_1}$

ت.ع. $K=\frac{0,04^2}{1-0,04}\times 1.10^{-2}=\underline{1,6.10^{-5}}$

1.2.1 – تعرف المنحنى الموافق للنوع القاعدي

يكون النوع القاعدي NH_3 مهيمنا في المجال: $pH>pK_{A1}$

إذن **المنحنى (2)** هو الموافق للنوع القاعدي.

1.2.2 – استغلال مخطط التوزيع

أ- قيمة الثابتة pK_{A1}

عند $pH=pK_{A1}$: $\%(NH_4^+)=\%(NH_3)$

إذن قيمة pK_{A1} تمثل أفصول نقطة تقاطع المنحنيين (1) و (2) $\leftarrow$ $\underline{pK_{A1}=9,2}$

ب- نسبة التقدم النهائي τ_2

عند $pH=pH_2=10,4$: $\%(NH_4^+)=6\%$ $\leftarrow$ $\underline{\tau_2=6\%}$

1.2.3 – مقارنة و استنتاج

$\tau_2>\tau_1$: **ترتفع** قيمة نسبة التقدم النهائي **مع التخفيف**

2- دراسة تفاعل الأمونياك مع الأيون مثيل أمونيوم

2.1- المعادلة الكيميائية للتفاعل

$$\boxed{NH_{3(aq)}+CH_3NH^+_{3(aq)} \rightleftarrows NH^+_{4(aq)}+CH_3NH_{2(aq)}}$$

2.2 – ثابتة التوازن

تعبير ثابتة التوازن المقرونة بهذا التفاعل هو: $K'=\frac{[NH_4^+]\cdot[CH_3NH_2]}{[NH_3]\cdot[CH_3NH_3^+]}$ (حيث التراكيز عند **حالة التوازن**)

$$\leftarrow \quad K'=\frac{[NH_4^+]}{[NH_3]\cdot[H_3O^+]}\times\frac{[CH_3NH_2]\cdot[H_3O^+]}{[CH_3NH_3^+]}$$

$\leftarrow$ $K'=\frac{1}{K_{A1}}\times K_{A2}$ $\leftarrow$ $\boxed{K'=10^{pK_{A1}-pK_{A2}}}$ ت.ع. $K'=10^{9,2-10,7}=\underline{3,2.10^{-2}}$

2.3 – التركيز المولي لأيون الأمونيوم و المثيل أمين

- الجدول الوصفي لتقدم التفاعل:

$NH_{3(aq)} + CH_3NH^+_{3(aq)} \rightleftarrows NH^+_{4(aq)} + CH_3NH_{2(aq)}$					معادلة التفاعل
كميات المادة $(\ mol\ )$				التقدم $x\,(mol)$	حالة المجموعة
$c\cdot V$	$c\cdot V$	0	0	0	الحالة البدئية
$c\cdot V-x$	$c\cdot V-x$	x	x	x	خلال التحول
$c\cdot V-x_{éq}$	$c\cdot V-x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$	$x_{éq}$	الحالة النهائية (حالة التوازن الكيميائي)

- حسب الجدول التراكيز عند حالة التوازن هي: $\left[NH_4^+\right]=\left[CH_3NH_2\right]=\dfrac{x_{éq}}{2V}$ (حجم الخليط هو $2V$)

و $\left[NH_3\right]=\left[CH_3NH_3^+\right]=\dfrac{c\cdot V-x_{éq}}{2V}=\dfrac{c}{2}-\dfrac{x_{éq}}{2V}$

$$\leftarrow \left[NH_3\right]=\left[CH_3NH_3^+\right]=\frac{c}{2}-\left[NH_4^+\right]$$

$$\leftarrow K'=\left(\frac{\left[NH_4^+\right]}{\frac{c}{2}-\left[NH_4^+\right]}\right)^2 \leftarrow \sqrt{K'}=\frac{\left[NH_4^+\right]}{\frac{c}{2}-\left[NH_4^+\right]}$$

$$\leftarrow \boxed{\left[NH_4^+\right]=\left[CH_3NH_2\right]=\frac{c}{2}\cdot\frac{\sqrt{K'}}{1+\sqrt{K'}}}$$

2.4 – pH الخليط

$$pH=pK_{A1}+\log\frac{\left[NH_3\right]}{\left[NH_4^+\right]}$$

و حسب نتائج السؤال السابق: $\left[NH_4^+\right]=\dfrac{c}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{K'}}{1+\sqrt{K'}}$ و $\left[NH_3\right]=\dfrac{c}{2}-\left[NH_4^+\right]$

بعد التعويض، يستنتج: $pH=pK_{A1}+\log\dfrac{1}{\sqrt{K'}}$ $\leftarrow$ $\boxed{pH=pK_{A1}-\dfrac{1}{2}\log K'}$

ت.ع: $pH=9,2-\dfrac{1}{2}\times\log 3,2.10^{-2}=\underline{10}$

الجزء الثاني: التحليل الكهربائي لمحلول نترات الفضة

1- معادلة التفاعل الحاصل عند الأنود

عند **الأنود** تحصل **الأكسدة** للمختزل و هو الماء. و معادلتها:
$$6H_2O_{(l)} \rightleftarrows O_{2(g)} + 4H_3O^+_{(aq)} + 4e^-$$

2- تعبير تقدم التفاعل خلال التحول

- الجدول الوصفي لتقدم التفاعل:

$6H_2O_{(l)}\ +\ 4Ag^+_{(aq)}\ \rightarrow\ O_{2(g)}\ +\ 4H_3O^+_{(aq)}\ +\ 4Ag_{(s)}$					معادلة التفاعل	
كميات المادة (mol)					التقدم $x\,(mol)$	حالة المجموعة
وافر	$n_0(Ag^+)$	0	$n_0(H_3O^+)$	0	0	الحالة البدئية
وافر	$n_0(Ag^+)-4x$	x	$n_0(H_3O^+)+4x$	$4x$	x	خلال التحول
وافر	$n_0(Ag^+)-4x_f$	x_f	$n_0(H_3O^+)+4x_f$	$4x_f$	x_f	الحالة النهائية

- حسب هذا الجدول، في لحظة ما t خلال التحول كمية المادة لأيونات الأكسنيوم هي:

$$x=\frac{1}{4}\left(n_t(H_3O^+)-n_0(H_3O^+)\right) \leftarrow \quad n_t(H_3O^+)=n_0(H_3O^+)+4x$$

$$x=\frac{1}{4}\left(\left[H_3O^+\right]_t\cdot V-\left[H_3O^+\right]_0\cdot V\right) \leftarrow$$

$$x=\frac{V}{4}\left(10^{-pH_t}-10^{-pH_0}\right) \quad \leftarrow$$

3- تحديد اللحظة t_1 حيث $pH=pH_1$

حسب معادلة الأكسدة: $n(e^-)=4x$ ، و بما أن $n(e^-)=\frac{Q}{F}=\frac{I\cdot t_1}{F}$

$$t_1=\frac{V\cdot F}{I}\left(10^{-pH_t}-10^{-pH_0}\right) \quad \leftarrow \quad \frac{I\cdot t_1}{F}=V\left(10^{-pH_t}-10^{-pH_0}\right) \quad \leftarrow$$

ت.ع. $$t_1=\frac{400\times10^{-3}\times9,65.10^4}{2,66.10^2\times10^{-3}}\times\left(10^{-1,5}-10^{-3,0}\right)=\underline{4,44.10^3\ s}$$

(يعني: $t_1\approx 1h14\min$)

التمرين الثاني (التحولات النووية)

النشاط الإشعاعي للبولونيوم

1- معادلة التحول النووي

الدقيقة α المنبعثة هي نواة الهليوم ${}_{2}^{4}He$، إذن معادلة هذا التحول النووي هي: ${}_{84}^{210}Po \rightarrow {}_{Z}^{206}Pb + {}_{2}^{4}He$

بتطبيق قانون الانحفاظ لصودي: $Z + 2 = 84 \quad \leftarrow \quad \underline{Z = 82}$

و بالتالي المعادلة النووية هي: $\boxed{{}_{84}^{210}Po \rightarrow {}_{82}^{206}Pb + {}_{2}^{4}He}$

2- الطاقة النووية المحررة

تغير طاقة المجموعة النووية خلال التحول هو: $\boxed{\Delta E = E_l(Po) - \left(E_l(Pb) + E_l(\alpha)\right)}$

ت.ع. $\Delta E = 1644,9 - (1622,0 + 28,2989) = -5,40\ MeV$

الطاقة النووية التي يحررها التحول هي: $\underline{|\Delta E| = 5,40\ MeV}$

3- التناقص الإشعاعي

3.1- عدد النوى المتفتتة عند اللحظة t=4t$_{1/2}$

$$N_D = N_0 - N$$

$t_{1/2}$ تمثل المدة اللازمة لتفتت نصف العدد البدئي للنوى، إذن بعد المدة $4t_{1/2}$ عدد النوى المتبقية هو: $\frac{N_0}{2^4} = \frac{N_0}{16}$

و بالتالي عدد النوى المتفتتة بعد نفس المدة هو: $N_D = N_0 - \frac{N_0}{16} \quad \leftarrow \quad \boxed{N_D = \frac{15}{16} N_0}$

3.2 – عمر النصف

- حسب قانون التناقص الإشعاعي: $N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ مع $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$ (الثابتة الإشعاعية)

$$\leftarrow \quad \ln \frac{N_0}{N} = \lambda t \quad (1)$$

- مبيانيا المنحنى $\ln \frac{N_0}{N} = f(t)$ مستقيم يمر بأصل المعلم، الدالة خطية: $\ln \frac{N_0}{N} = kt \quad (2)$ مع k ميل المستقيم

- بمطابقة العلاقتين (1) و (2) يستنتج: $\lambda = k \quad \leftarrow \quad \boxed{t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}}$

ت.ع. مبيانيا: $k = \frac{\Delta \ln \frac{N_0}{N}}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}\ln 2 - 0}{69 - 0} = \frac{\ln 2}{138}\ j^{-1} \quad \leftarrow \quad \underline{t_{1/2} = 138\ j}$

3.3 – تحديد اللحظة t_1 حيث $\frac{N(Pb)}{N(Po)} = \frac{2}{5}$

في لحظة t تتحقق العلاقة: $N_0(Po) = N_D + N(Po)$

ثم باعتبار أن العينة لا تحتوي على الرصاص بدئيا، و أن حسب معادلة التفتت كل نواة Po متفتتة تنتج نواة Pb واحدة. فإن:

$$N_D = N(Pb)$$

من العلاقتين يستنتج: $N_0(Po) = N(Pb) + N(Po)$

$$\leftarrow \quad \frac{N_0(Po)}{N(Po)} = \frac{N(Pb)}{N(Po)} + 1$$

ثم بتطبيق قانون التناقص الإشعاعي: $e^{\lambda t} = \frac{N(Pb)}{N(Po)} + 1 \quad \leftarrow \quad \lambda t = \ln\left(\frac{N(Pb)}{N(Po)} + 1\right)$

$$\leftarrow \quad \boxed{t = \frac{\ln\left(\frac{N(Pb)}{N(Po)} + 1\right)}{\ln 2} \cdot t_{1/2}}$$

ت.ع. $t_1 = \frac{\ln\left(\frac{2}{5} + 1\right)}{\ln 2} \times 138 = \underline{66,9\,j}$

التمرين الثالث (الكهرباء)

1- ثنائي القطب (RL)

1.1- المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار

- قانون إضافية التوترات: $u_b + u_r + u_{R_0} = E$

- قانون أوم للموصل الأومي: $u_{R_0} = R_0 i$ و $u_r = ri$

- قانون أوم للوشيعة: $u_b = r_0 i + L_0 \frac{di}{dt}$

تستنتج المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار: $\boxed{(r + r_0 + R_0)i + L_0 \frac{di}{dt} = E}$

1.2 – القوة الكهرمحركة للمولد

حسب قانون إضافية التوترات: $u_{AM} + u_r = E$ (في كل لحظة)

و عند اللحظة $t = 0$: $i = 0 \quad \leftarrow \quad u_r = 0 \quad \leftarrow \quad \boxed{E = u_{AM}(0)}$

ت.ع. مبيانيا $u_{AM}(0) = 12\ V$ إذن: $\underline{E = 12\ V}$

1.3 – قيمة كل من r و r₀

في النظام الدائم: $i = Cte = I$ و بالتالي $\frac{di}{dt} = 0$

و بالتالي تتحقق العلاقات التالية: $u_{AM} = (r_0 + R_0) \cdot I = E - r \cdot I$ و $u_{BM} = R_0 \cdot I$

و منها يستنتج: $\boxed{r = \frac{E - u_{AM}}{u_{BM}} \cdot R_0}$ و $\boxed{r_0 = \left(\frac{u_{AM}}{u_{BM}} - 1\right) \cdot R_0}$

ت.ع. مبيانيا في النظام الدائم: $u_{AM} = 10\ V$ و $u_{BM} = 9\ V$

$$\leftarrow \quad r = \frac{12 - 10}{9} \times 45 = \underline{10\ \Omega} \quad \text{و} \quad r_0 = \left(\frac{10}{9} - 1\right) \times 45 = \underline{5\ \Omega}$$

1.4 – معامل التحريض الذاتي للوشيعة

تعبير ثابتة الزمن للدارة هو: $\tau = \frac{L_0}{R}$ مع R المقاومة الكلية: $R = r + r_0 + R_0$

يستنتج معامل التحريض الذاتي للوشيعة: $L_0 = (r + r_0 + R_0)\cdot\tau$

ت.ع. مبيانيا τ تمثل أفصول نقطة تقاطع المماس عند الأصل للمنحنى $u_{BM} = f(t)$ مع مقاربه $u_{BM} = 9\ (V)$

$$\tau = 3\ ms$$

$$L_0 = 60\times3\times10^{-3} = \underline{0{,}18\ H} \quad \leftarrow$$

طريقة أخرى

في اللحظة $t = 0$: $u_{AM}(0) = L_0\left(\frac{di}{dt}\right)_0$ و بما أن: $\left(\frac{di}{dt}\right)_0 = \frac{1}{R_0}\cdot\left(\frac{du_{BM}}{dt}\right)_0$

يستنتج: $u_{AM}(0) = \frac{L_0}{R_0}\cdot\left(\frac{du_{BM}}{dt}\right)_0 \quad \leftarrow \quad L_0 = \frac{u_{AM}(0)}{\left(\frac{du_{BM}}{dt}\right)_0}\cdot R_0$

ت.ع. مبيانيا $u_{AM}(0) = 12\ V$ و $\left(\frac{du_{BM}}{dt}\right)_0 = \frac{9}{3\times10^{-3}} = 3.10^3\ V.s^{-1}$ (ميل المماس)

$$L_0 = \frac{12}{3.10^3}\times45 = \underline{0{,}18\ H} \quad \leftarrow$$

2- التذبذبات الحرة في دارة (RLC)

2.1- نظام التذبذبات

يبرز الرسمان التذبذبيان تناقصا تدريجيا في وسع التذبذبات، يتعلق الأمر **بنظام شبه دوري**.

2.2 – المعادلة التفاضلية

- قانون إضافية التوترات: $u_C + u_R + u_b = 0$

- قانون أوم لكل من الموصل الأومي و الوشيعة: $u_R = R\cdot i$ و $u_b = r_0\cdot i + L_0\cdot\frac{di}{dt}$

- العلاقة بين شدة التيار و التوتر بين مربطي المكثف: $i = \frac{dq}{dt} = C\cdot\frac{du_C}{dt}$

تستنتج المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف:

$$u_C + (R + r_0)C\cdot\frac{du_C}{dt} + L_0C\cdot\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$$

2.3 – الطاقة المبددة بين اللحظتين $t_1=0$ و $t_2=14\ ms$

في كل لحظة طاقة الدارة تساوي مجموع طاقة المكثف و طاقة الوشيعة:

$$E = \frac{1}{2}Cu_C^2 + \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}Cu_C^2 + \frac{1}{2}\frac{L}{R^2}u_R^2$$

و الطاقة المبددة بمفعول جول بين اللحظتين هي: $E_J = |\Delta E| = E_1 - E_2$

$$E_J = \frac{1}{2}C(u_{C1}^2 - u_{C2}^2) + \frac{1}{2}\frac{L}{R^2}(u_{R1}^2 - u_{R2}^2) \quad \leftarrow$$

ت.ع. حسب الرسمين التذبذبيين:

في اللحظة $t_1 = 0$:	في اللحظة $t_2 = 14\ ms$:
$u_R = 0$ و $u_C = 12\ V$	$u_R = -0,5\ V$ و $u_C = -3,2\ V$

$$\leftarrow \quad E_J = \frac{1}{2}\times 14,1\times 10^{-6}\times(12^2 - 3,2^2) + \frac{1}{2}\times\frac{0,18}{20^2}\times(0 - 0,5^2) = \underline{8,9.10^{-4}\ J}$$

3- التذبذبات القسرية في دارة (RLC)

3.1- تردد التذبذبات عند الرنين

عند الرنين الكهربائي، تردد التذبذبات يساوي التردد الخاص N_0 للدارة.

تعبير معامل الجودة هو: $Q = \dfrac{N_0}{\Delta N}$ مع ΔN عرض المنطقة الممررة. يستنتج: $\boxed{N_0 = Q\cdot\Delta N}$

ت.ع. $N_0 = 7\times 14,3 = \underline{100\ Hz}$

3.2 – مقاومة الموصل الأومي و سعة المكثف

- قانون أوم في النظام المتناوب الجيبي و القسري هو: $U = Z\cdot I$

و عند الرنين الكهربائي ممانعة الدارة تساوي مقاومتها: $Z = R_1 + r_0 \quad \leftarrow \quad \boxed{R_1 = \dfrac{U}{I_0} - r_0}$

ت.ع. $R_1 = \dfrac{3}{1,85.10^2\times 10^{-3}} - 5 = \underline{11\ \Omega}$

- من تعبير التردد الخاص للدارة $N_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{L_0C_1}}$ ، يستنتج تعبير سعة المكثف: $\boxed{C_1 = \dfrac{1}{4\pi^2 L_0 N_0^{\,2}}}$

ت.ع. $C_1 = \dfrac{1}{4\pi^2\times 0,18\times 100^2} = 1,4.10^{-5}\ F = \underline{14\ \mu F}$

3.3 – القدرة الكهربائية المتوسطة عند طرفي المنطقة الممررة

$P = RI^2$ مع R المقاومة الكلية للدارة $R = R_1 + r_0$ و $I = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$

$$\leftarrow \quad \boxed{P = (R_1 + r_0)\cdot\frac{I_0^{\,2}}{2}}$$

ت.ع. $\underline{P = 0,28\ W}$

التمرين الرابع (الميكانيك)

الجزء الأول: دراسة حركة سقوط كرتين في الهواء

1- المعادلة التفاضلية للحركة

- تطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكرة: $\vec{P}+\vec{f}=m\cdot\vec{a}_G$

- إسقاط العلاقة في المعلم $(O,\vec{k})$: $-mg+0,22\cdot\rho_{air}\cdot\pi\cdot R^2\cdot v_z^2=m\cdot\frac{dv_z}{dt}$

$$\leftarrow \quad \frac{dv_z}{dt}=-g+\frac{0,22\cdot\rho_{air}\cdot\pi\cdot R^2}{m}\cdot v_z^2$$

ثم باعتبار $m=\rho_i V=\frac{4}{3}\rho_i\pi R^3$ تستنتج المعادلة المطلوبة: $\boxed{\frac{dv_z}{dt}=-g+0,165\cdot\frac{\rho_{air}}{\rho_i R}\cdot v_z^2}$

2- السرعة الحدية للكرة

لما تصل الكرة سرعتها الحدية v_ℓ في النظام الدائم، تبقى **ثابتة** و بالتالي ينعدم تسارعها: $\frac{dv_z}{dt}=0$

و بالتعويض في المعادلة التفاضلية، يستنتج: $0=-g+0,165\cdot\frac{\rho_{air}}{\rho_i R}\cdot v_\ell^2$

$$\leftarrow \quad \boxed{v_\ell=7,7\sqrt{\frac{\rho_i R}{\rho_{air}}}}$$ (منظما، جبريا: $v_z=-v_\ell$)

3- استغلال مخطط السرعة و مخطط المسافات

3.1- تعرف مخطط السرعة الموافق للكرة (b)

- مبيانيا، حسب المنحنى (C_1)، قيمة السرعة الحدية هي: $v_\ell=16\ m.s^{-1}$

- نظريا، حسب العلاقة أعلاه، في حالة الكرة (b): $v_\ell(b)=7,7\sqrt{\frac{\rho_2 R}{\rho_{air}}}=7,7\sqrt{\frac{94\times6\times10^{-2}}{1,3}}=16\ m.s^{-1}$

القيمتان متطابقتان، إذن المنحنى (C_1) يمثل مخطط السرعة للكرة (b).

3.2 - تعرف مخطط المسافات الموافق للكرة (a)

- حسب المنحنى (C_1') مدة السقوط هي $\Delta t_1=5,4\ s$، بينما حسب المنحنى (C_2') مدة السقوط هي $\Delta t_2=3,8\ s$، أي:

$$\Delta t_1>\Delta t_2$$

- من جهة أخرى، يبين مخطط السرعة أن $v_\ell(a)>v_\ell(b)$ أي أن الكرة (a) هي **الأسرع**.

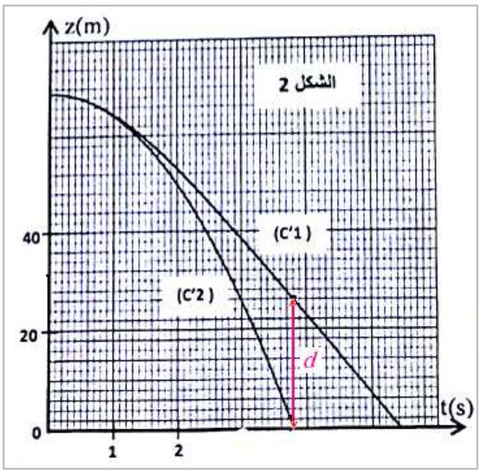
يستنتج إذن أن المنحنى (C_2') يمثل مخطط المسافات للكرة (a).

4- طبيعة حركة الكرة (a) و معادلتها الزمنية

- مخطط السرعة للكرة (a) مستقيم يمر بأصل المعلم. إذن معادلة السرعة **خطية**: $v_z(t)=kt$

مبيانيا k ميل المستقيم: $k=\frac{\Delta v_z}{\Delta t}=a_z=\frac{-8-0}{0,8-0}=-10\ m.s^{-2} \quad \leftarrow \quad v_z(t)=-10t$

حركة الكرة (a) مستقيمية متغيرة بانتظام، و هي **متسارعة** لأن $v_z < 0$ و $a_z < 0 \leftarrow v_z \cdot a_z > 0$



- معادلتها الزمنية هي إذن على الشكل التالي: $z(t) = -5t^2 + z_0$

و حسب مخطط المسافات، عند $t = 0$: $z = 69\ m$ يستنتج: $z_0 = 69\ m$

و بالتالي تعبير المعادلة الزمنية لحركة الكرة (a) هو: $z(t) = -5t^2 + 69$

5- فرق الارتفاع d بين الكرتين عند لحظة وصول الكرة (a) سطح الأرض

مبيانيا، يقاس على مخطط المسافات: $\underline{d = 26\ m}$

6- تسارع الكرة (b) في اللحظة t_n حيث $v_z = -11,47\ m/s$

- حسب المعادلة التفاضلية تعبير التسارع a_{zn} هو : $a_{zn} = -g + 0,165 \cdot \dfrac{\rho_{air}}{\rho_2 R} \cdot v_{zn}^2$

ت.ع. $a_{zn} = -9,8 + 0,165 \times \dfrac{1,3}{94 \times 6 \times 10^{-2}} \times 11,47^2 = \underline{-4,80\ m.s^{-2}}$

- حسب طريقة أولير: $a_{zn} \approx \dfrac{\Delta v_z}{\Delta t} = v_{z(n+1)} - v_{zn} \leftarrow v_{z(n+1)} = a_{zn} \cdot \Delta t + v_{zn}$

ت.ع. $v_{z(n+1)} = -4,80 \times 125 \times 10^{-3} + (-11,47) = \underline{-12,07\ m.s^{-1}}$

الجزء الثاني: دراسة حركة نواس اللي

1- المعادلة التفاضلية للحركة

- جرد القوى: تخضع العارضة MN لوزنها $\vec{P}$ و توتر السلك $\vec{T}$ و مزدوجة اللي ذات العزم $\mathcal{M}_T$.

- تطبيق العلاقة الأساسية لديناميك الدوران: $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}) + \mathcal{M}_T = J_\Delta \cdot \ddot{\theta}$

خطا تأثير $\vec{P}$ و $\vec{T}$ يتقاطعان مع محور الدوران $\leftarrow \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{T}) = 0$

و عزم مزدوجة اللي هو: $\mathcal{M}_T = -C \cdot \theta$

و بالتالي تستنتج المعادلة التفاضلية لحركة النواس: $-C \cdot \theta = J_\Delta \cdot \ddot{\theta} \leftarrow \ddot{\theta} + \dfrac{C}{J_\Delta} \cdot \theta = 0$

2- دراسة حركية

2.1- معادلة السرعة الزاوية

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0}\theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) = \frac{2\pi}{T_0}\theta_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi + \pi\right)$$

عند $t = 0$: $\dot{\theta}_0 = -\dfrac{2\pi}{T_0}\theta_m \sin\varphi = -\dot{\theta}_m \sin\varphi$ حسب المعادلة الزمنية،

و $\dot{\theta}_0 = -\dfrac{\dot{\theta}_m}{2}$ حسب مخطط السرعة الزاوية.

يستنتج: $\sin\varphi = \dfrac{1}{2} \leftarrow \varphi = \dfrac{\pi}{6} \leftarrow \dot{\theta}(t) = \dfrac{2\pi}{T_0}\theta_m \sin\left(\dfrac{2\pi}{T_0}t + \dfrac{7\pi}{6}\right)$

ت.ع. على مخطط السرعة الزاوية يقاس: $T_0 = 1,25\ s$

$$\leftarrow \quad \dot{\theta}(t) = \frac{2\pi}{1,25} \times \frac{\pi}{4} \sin\left(\frac{2\pi}{1,25}t + \frac{7\pi}{6}\right)$$

$$\leftarrow \quad \dot{\theta}(t) = 4\sin\left(1,6\pi t + \frac{7\pi}{6}\right)$$

2.2 – ثابتة اللي

من المعادلة التفاضلية للحركة يستنتج تعبير النبض الخاص للتذبذبات: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{C}{J_\Delta}}$

و بالتالي تعبير الدور الخاص هو: $T_0 = \dfrac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\dfrac{J_\Delta}{C}}$

و منه يستنتج: $C = 4\pi^2 \dfrac{J_\Delta}{T_0^{\ 2}}$ ت.ع. $C = 4\pi^2 \times \dfrac{4.10^{-4}}{1,25^2} = \underline{0,01\ N.m.rad^{-1}}$

3- دراسة طاقية

- الطاقة الميكانيكية للنواس:

تذبذبات النواس **غير مخمدة**، طاقته الميكانيكية **ثابتة**. يمكن أن نكتب: $E_m = E_{c\max}$

$\leftarrow \quad E_m = \dfrac{1}{2}J_\Delta \dot{\theta}_m^2$ ت.ع. $E_m = \dfrac{1}{2} \times 4.10^{-4} \times 4^2 = \underline{3,2.10^{-3}\ J}$

- طاقة الوضع في اللحظة $t = 0$:

الطاقة الميكانيكية للنواس تساوي مجموع الطاقة الحركية E_c و طاقة الوضع للي E_{pt} و طاقة الوضع الثقالية E_{pp}:

$$E_m = E_c + E_{pt} + E_{pp}$$

$E_{pp} = 0$ لأن المستوى الأفقي المار من G مركز قصور العارضة حالة مرجعية، و خلال التذبذبات G في سكون.

$$\leftarrow \quad E_m = E_c + E_{pt} \quad \leftarrow \quad E_{pt}(0) = E_m - E_c(0)$$

ت.ع. في اللحظة $t = 0$: $\dot{\theta}_0 = 4\sin\dfrac{7\pi}{6} = -4\sin\dfrac{\pi}{6} = -2\ rad.s^{-1} \quad \leftarrow \quad E_c(0) = \dfrac{1}{2}J_\Delta\dot{\theta}_0^2 = 8.10^{-4}\ J$

$$\leftarrow \quad E_{pt}(0) = 3,2.10^{-3} - 8.10^{-4} = \underline{2,4.10^{-3}\ J}$$